



MATEMATICKÁ INTERPRETÁCIA OSI DRÔTU VO VRSTVE TROJBOKÉHO PRAMEŇA OCEĽOVÉHO LANA

MATHEMATICAL INTERPRETATION OF THE WIRE AXIS IN THE LAYER OF TRIHEDRAL ROPE STRAND

Eva Stanová¹

¹ Technical University, Faculty of Civil Engineering, Department of Descriptive Geometry,
Vysokoškolská 4, 042 00 Košice, Slovak Republic, e-mail: eva.stanova@tuke.sk

Abstrakt: Článok popisuje matematickú formuláciu osi drôtu lana vo vrstve trojbokého prameňa oceľového lana

Kľúčové slová: oceľové lano, vrstva, prameň, drôt, rovnica

Abstract: Článok popisuje matematickú formuláciu osi drôtu lana vo vrstve trojbokého prameňa oceľového lana

Key words: oceľové lano, vrstva, prameň, drôt, rovnica

1 ÚVOD

Oceľové laná sú používané v rôznych ťažných zariadeniach, lanových dráhach, konštrukciách a stavebných objektoch. Keďže ich využitie je také široké, musí existovať široká škála ich konštrukcií [1]. Rôznosť konštrukcií sa prejavuje v tvare prierezu lana a prameňov, ako aj v tvare a počte jednotlivých drôtov, z ktorých sú vytvárané pramene. Zameriame sa na konštrukciu trojbokého prameňa vytvoreného z kruhových drôtov. V [2] bola riešená otázka geometrickej konštrukcie trojbokého prameňa v oceľovom lane typu 6(3+9+15)+v, kde

1 INTRODUCTION

Steel ropes are used in some lifting applications, aerial ropeways, structures and buildings. With regard to extensive applications, ropes must exist in a large variety of constructions [1]. The differences of construction are showed by the form of the rope cross-section and strands, by the form and number of the wires, which make the strand. We'll aim at the construction of trihedral strand made of round wires. The question of the geometrical construction of trihedral strands created steel rope of type 6(3+9+15)+v was solved in [2], where the

bolo odvodené matematické vyjadrenie osí drôtov v jednotlivých vrstvách prameňa a na jeho základe zostrojený geometrický model časti prameňa. Teraz budeme riešiť otázku matematického vyjadrenia osí m drôtov vo vrstve prameňa.

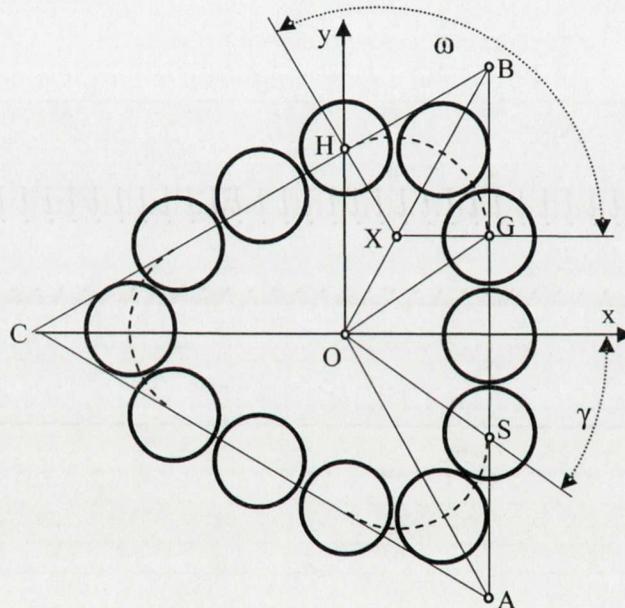
2 DRÔT 1. VRSTVY PRAMEŇA

Predpokladajme, že vo vrstve prameňa je $m=3n$ drôtov, ktoré sa navijajú na jadro pod uhlom α v pravom smere. Medzi drôtmami o priemere δ_1 je medzera Δ_1 . Na obr.1 je znázornená schéma rezu vrstvy prameňa pre $n=4$.

mathematical expresions of the wire axis in the individual layers were derived and the geometrical model of the strand was presented. We'll be solving the question of the mathematical expression of m wires in a layer of trihedral strand.

2 THE WIRE OF THE 1ST LAYER

Let's consider $m=3n$ wires in one layer which are laid round the strand core under the lay angle α in the right hand direction. The gap Δ_1 is between the wires with the diameters δ_1 . Cross-section of the 1st layer wires for $n=4$ is represented at fig.1.



*Obr.1 Rez 1. vrstvy drôtov
Fig.1 Crossection of the 1st layer wires*

V reze prameňa body osí ($m-3$) drôtov ležia na stranach rovnostranného trojuholníka ABC a body troch drôtov na ľažničiach tohto trojuholníka. Pravotočivá karteziánska súradnicová sústava $(O; x, y, z)$ nech je umiestnená tak, aby os z bola totožná s osou prameňa o_s a os x bola kolmá na stranu AB trojuholníka ABC . Veľkosť jeho strany je:

In the crossection of the strand the points of $(m-3)$ wire axis lie on the sides of the equilateral triangle ABC and three points lie on median of this triangle. Let the right-hand Cartesian coordinate system $(O; x, y, z)$ be placed so that the z -axis is identical with the axis o_s of the strand and the x -axis is perpendicular to the side AB of the triangle ABC . The dimension of the side is:

$$a = (n - 1 + 2\sqrt{3})(\delta_1 + \Delta_1). \quad (1)$$

Nech S je bod osi drôtu, ktoréj krvku vyjadrieme. Časť SG krvky je úsečka, časť GH skrutkovica. Parametrické rovnice úsečky SG sú na základe trigonometrických vzťahov a rovnosti (1) v tvare:

$$x_u(\psi) = \frac{(n-1+2\sqrt{3})(\delta_1 + \Delta_1)}{2\sqrt{3}}, \quad (2)$$

$$y_u(\psi) = \frac{(n-1+2\sqrt{3})(\delta_1 + \Delta_1)}{2\sqrt{3}} \tan(\psi - \gamma), \quad (3)$$

$$z_u(\psi) = \frac{\delta_1 + \Delta_1}{2\sqrt{3}} [(n-1)\sqrt{3} + (n-1+2\sqrt{3}) \tan(\psi - \gamma)] \cot(\alpha), \quad (4)$$

kde

where

$$\gamma = \arctan \left[\frac{(n-1)\sqrt{3}}{n-1+2\sqrt{3}} \right]. \quad (5)$$

Parameter ψ je uhol rotácie okolo osi prameňa a platí, že $\psi \in \langle 0; 2\gamma \rangle$.

Časť GH krvky osi drôtu je cylindrická skrutkovica s osou o_h prechádzajúcou bodom X rovnobežne s osou z . Pre súradnice bodu X platí:

The parameter ψ is the angle of rotation round the axis o_s and $\psi \in \langle 0; 2\gamma \rangle$.

The part GH of the curve of wire axis is the cylindrical helix with axis o_h , which is parallel to the z -axis and goes through the point X . The coordinates of the point A are:

$$x_x = \frac{(n-1)(\delta_1 + \Delta_1)}{2\sqrt{3}}, \quad y_x = \frac{(n-1)(\delta_1 + \Delta_1)}{2}, \quad z_x = 0. \quad (6)$$

Oblúk skrutkovice má na základe (1), (2), (3), (4) a (6) pri zachovaní hladkého spojenia s časťou SG parametrické rovnice

By following from (1), (2), (3), (4), (6) and the smoothly connection between the line-segment and the helix-segment the helix-segment GH has the parametric equations

$$x_h(\psi) = \frac{\delta_1 + \Delta_1}{2\sqrt{3}} [n-1 + 2\sqrt{3} \cos(\psi - 2\gamma)], \quad (7)$$

$$y_h(\psi) = \frac{\delta_1 + \Delta_1}{2} [n-1 + 2 \sin(\psi - 2\gamma)], \quad (8)$$

$$z_h(\psi) = (\delta_1 + \Delta_1)(n-1 + \psi - 2\gamma) \cot \alpha, \quad (9)$$

kde

where

$$\psi \in \left\langle 2\gamma; 2\gamma + \frac{2\pi}{3} \right\rangle.$$

V nasledujúcich častiach osi drôtu sa segmenty priamky a skrutkovice opakujú otočené o uhol $\kappa = k \frac{2\pi}{3}$ a posunuté o dĺžku

These two segments repeatedly appear in the subsequent section of the curve, where they are turned by the angle $\kappa = k \frac{2\pi}{3}$ and shifted by the height

$$h_\Delta = \left(n - 1 + \frac{2\pi}{3} \right) (\delta_1 + \Delta_1) \cot \alpha. \quad (10)$$

Krivka osi drôtu prvej vrstvy potom môže byť vyjadrená parametrickými rovnicami:

So, the curve of the wire axis of the 1st layer can be expressed by parametric equations:

$$x(\psi) = x_s(\psi) \cos \kappa - y_s(\psi) \sin \kappa, \quad (11)$$

$$y(\psi) = x_s(\psi) \sin \kappa + y_s(\psi) \cos \kappa, \quad (12)$$

$$z(\psi) = z_s(\psi) + kh_\Delta, \quad (13)$$

v ktorých pre $s=u$ použijeme rovnice (2) - (4) a $\psi \in \langle 0; 2\gamma \rangle$, pre $s=h$ použijeme rovnice (7) - (9) a $\psi \in \left\langle 2\gamma; 2\gamma + \frac{2\pi}{3} \right\rangle$.

in which for $s=u$ we use the equations (2) - (4) a $\psi \in \langle 0; 2\gamma \rangle$ and for $s=h$ we use the equations (7) - (9) a $\psi \in \left\langle 2\gamma; 2\gamma + \frac{2\pi}{3} \right\rangle$.

3 DRÔT 2. VRSTVY PRAMEŇA

Krivka osi drôtu druhej vrstvy sa tak isto skladá zo segmentov priamok a skrutkovíc. Vyjadríme ju analogicky ako krivku drôtu prvej vrstvy. Hodnotu uhla γ získame zo vzťahu:

3 THE WIRE OF THE 2ST LAYER

The curve of the axis of a wire of 2st layer consists of line-segments and helix-segments as well. Its parametric equations we determine analogously to the curve of the axis of a wire of 1st layer. The value of the angle we obtain from the relation:

$$\gamma = \arctan \left[\frac{\sqrt{3}(n-1)(\delta_1 + \Delta_1)}{(n+1)(\delta_1 + \Delta_1) + \sqrt{3}(\delta_1 + \delta_2)} \right]. \quad (14)$$

Parametrické rovnice pre segment úsečky majú tvar

The parametric equations of the line-segment are at the form:

$$x_u(\psi) = \frac{(n-1+2\sqrt{3})(\delta_1 + \Delta_1)}{2\sqrt{3}} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}, \quad (15)$$

$$y_u(\psi) = \left[\frac{(n-1+2\sqrt{3})(\delta_1 + \Delta_1)}{2\sqrt{3}} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \right] \tan(\psi - \gamma), \quad (16)$$

$$z_u(\psi) = \left\{ \frac{\delta_1 + \Delta_1}{2\sqrt{3}} [\sqrt{3}(n-1) + (n-1+2\sqrt{3}) \tan(\psi - \gamma)] + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \tan(\psi - \gamma) \right\} \cot(\alpha). \quad (17)$$

Os oblúka skrutkovice je totožná s osou skrutkovice prvej vrstvy. Pre segment skrutkovice platí:

$$x_h(\psi) = \frac{\delta_1 + \Delta_1}{2\sqrt{3}} [n-1 + 2\sqrt{3} \cos(\psi - 2\gamma)] + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \cos(\psi - 2\gamma), \quad (18)$$

$$y_h(\psi) = \frac{\delta_1 + \Delta_1}{2} [n-1 + 2 \sin(\psi - 2\gamma)] + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \sin(\psi - 2\gamma), \quad (19)$$

$$z_h(\psi) = \left\{ \frac{\delta_1 + \Delta_1}{2\sqrt{3}} [\sqrt{3}(n-1) + (n-1+2\sqrt{3}) \tan \gamma] + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \tan \gamma \right\} \cot \alpha + \frac{3\delta_1 + 2\Delta_1 + \delta_2}{2} \cot \alpha (\psi - \gamma). \quad (20)$$

Uvedené rovnice umožňujú vytvoriť geometrický 3D model drôtov v trojbokom prameni oceľového lana ako aj model časti prameňa []. Na obr.2 sú vymodelované drôty prvej vrstvy pre n=3 a n=4.

The axis of the helix-segment is identical to the axis of the helix-segment of the 1st layer. For the helix-segment there are:

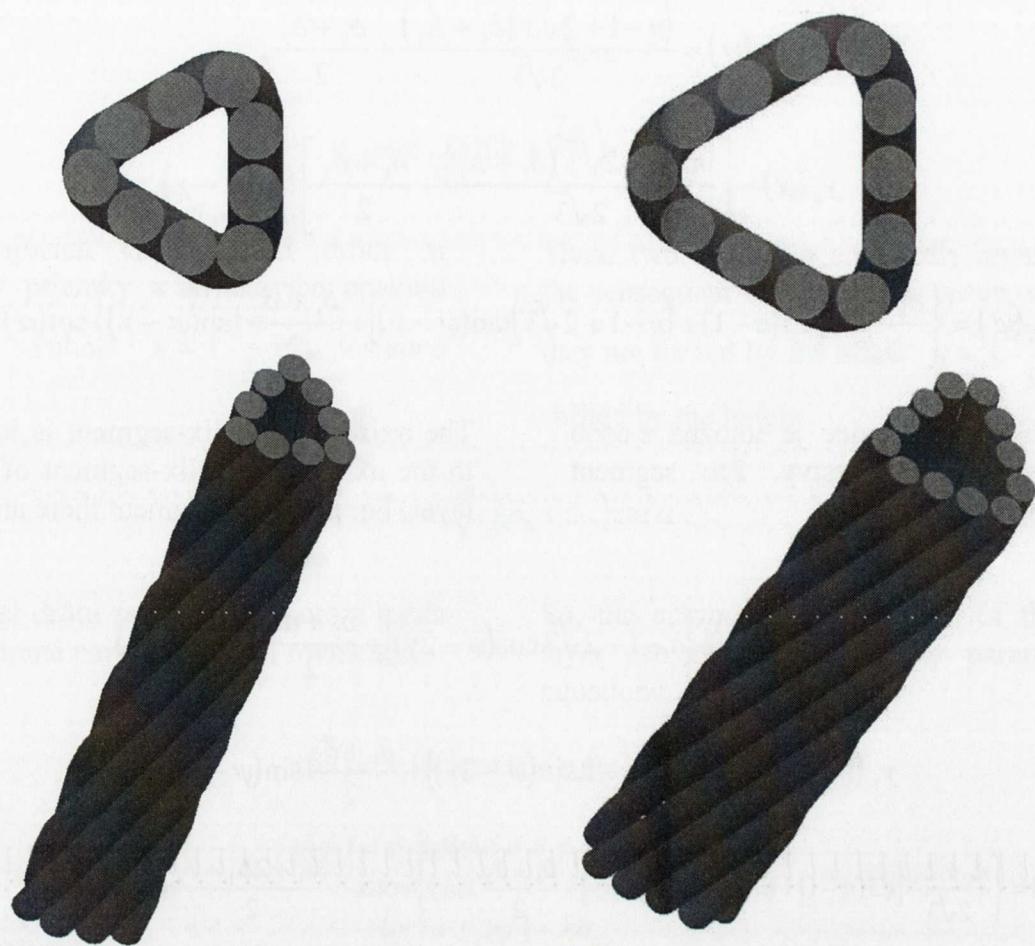
The presented parametric equations enable to design the geometrical 3D model of the wires in the trihedral strand of steel rope and of the part of the strand, too. There are the geometrical models of the wires of the 1st layer for n=3 and n=4 designed at the fig. 2.

ZÁVER

V príspevku sú matematicky vyjadrené krvinky osí drôtov v jednoducho vinutom trojbokom prameni. Odvodené sú parametrické rovnice krvinky osi pre m drôtov v 1.vrstve a pre drôty 2.vrstvy. Matematické vyjadrenie krviek umožňuje zstrojiť geometrický model prameňa a pomocou neho riešiť niektoré otázky konštrukcie lana.

CONCLUSION

The mathematical expression of the curves of the wire axis for a simply wound trihedral strand is given in the contribution. There are parametric equations of the axis curves of m wires in the 1st layer and of the wires of the 2nd layer derived. The mathematical expression allows us to construct a geometrical model of the strand and use this model to solve some questions of the rope construction.



Obr.2 Geometrický model 1. vrstvy drôtov pre $m=9$ a $m=12$

Fig.2 Geometrical model of the 1st layer wires for $m=9$ and $m=12$

Literatúra / References

- [1] Boroška, J., - Hulín, J., - Lesňák, O.: Oceľové laná. Bratislava, Alfa 1982, p. 480, Bratislava, ISBN 63-178-82.
- [2] Stanová, E.: Mathematical Expression of the Wire Axis in Trihedral Strand of Steel Rope. In: TRANSPORT & LOGISTICS, No.14 (2008), Košice, pp. 40 – 46, ISSN 1451-107X.
- [3] Fabian, M. - Spišák, E.: Navrhování a výroba s pomocí CA.. technologií. 1. vyd. Brno: CCB, 2009. 398 p. ISBN 978-80-85825-65-7.
- [4] Tittel, V.: Oceľové drôty a laná na predpätú výstuž. Steel wires and strands for prestressed concrete. In: Materials Science and Technology [online]. - ISSN 1335-9053. - Roč. 4, č. 4 [cit. 2004-12-09] (2004)
- [5] Molnár, V., Fedorko, G.: Možnosti využitia CAD programov pri návrhu a analýze oceľového lana -Possibilities of CAD programs exploitation by steel rope design and analysis /, 2007. In: Výrobné inžinierstvo. - ISSN 1335-7972. - Roč. 6, č. 1 (2007), s. 40-42.

Recenzia/Review: prof. Ing. Ján Boroška, CSc.