



The International Journal of
TRANSPORT & LOGISTICS
Medzinárodný časopis
DOPRAVA A LOGISTIKA

ISSN 1451-107X

SIMULÁCIA DYNAMICKEJ ODOZVY KONŠTRUKCIÍ S NOSNÝMI LANAMI

DYNAMIC RESPONSE SIMULATION OF STRUCTURES WITH LOAD-BEARING ROPES

Vladimír Ivančo¹, Karol Kubín²

¹ Strojnícka fakulta TU v Košiciach, Katedra aplikovanej mechaniky a mechatroniky, Letná 9,
042 00 Košice, Slovensko, Tel.: +421 55 602 2464, e-mail: vladimir.ivanco@tuke.sk

² Strojnícka fakulta TU v Košiciach, Katedra konštruovania, dopravy a logistiky, Letná 9, 042
00 Košice, Slovensko, Tel.: +421 55 602 2523, e-mail: karol.kubin@tuke.sk

Abstrakt: V článku sú stručne popisané základné princípy riešenia pohybových rovníc sústav modelovaných konečnými prvkami so zameraním na dynamickú odozvu sústav, ktorých nosnými prvkami sú laná. Uvedený je príklad použitia metódy pre posúdenie spoločalivosti lanovej dráhy.

Kľúčové slová: oceľové laná, dynamická odozva, metóda konečných prvkov

Abstract: The paper briefly describes basic principles of solution of dynamic equations of motion for systems modeled by finite elements focusing on dynamic response of structures containing ropes as load-bearing members. An example of application of the method for reliability assessment of a cableway is presented.

Key words: steel ropes, dynamic response, finite element method

1 ÚVOD

Laná sa ako nosné prvky používajú v rôznych mechanických sústavách. Typickými prípadmi sú lanové dráhy, žeriavy, stožiare a mosty. V porovnaní s oceľovými alebo železobetónovými prvkami majú laná vyššiu poddajnosť, ktorá môže výrazne ovplyvniť dynamickú odozvu sústavy.

1 INTRODUCTION

Ropes are used as structural members in different mechanic systems. Typical examples are cableways, cranes, towers and bridges. In comparison with steel or reinforced concrete members, ropes have higher flexibility that can significantly influence the dynamic response of the system.

Pohybovú rovnicu sústavy poddajných telies, ktorá sa vo výpočtoch modeluje ako sústava konečných prvkov možno symbolicky zapísť v tvare [1], [2]).

Equation of motion of a system of deformable bodies modeled in computations as the system of finite elements can be written in the form ([1], [2]).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}} + \mathbf{P}(\mathbf{d}, \dot{\mathbf{d}}) = \mathbf{F}(\mathbf{d}, t) \quad (1)$$

kde $\mathbf{d}(t)$, $\dot{\mathbf{d}}(t)$ a $\ddot{\mathbf{d}}(t)$ sú časovo premenné vektory zovšeobecnených uzlových posunutí, rýchlosť a zrýchlení, \mathbf{M} je matica hmotnosti, \mathbf{C} je matica tlmenia, $\mathbf{P}(\mathbf{d}, \dot{\mathbf{d}})$ je vektor vnútorných uzlových síl a $\mathbf{F}(\mathbf{d}, t)$ je vektor vonkajších uzlových síl. Súvisiace počiatočné podmienky sú $\mathbf{d}(t=0)=\mathbf{d}_0$ a $\dot{\mathbf{d}}(t=0)=\dot{\mathbf{d}}_0$. Pri numerickom riešení pohybovej rovnice (1) sa vyžaduje jej splnenie v konečnom počte časových okamihov $t_{n+1} = t_n + \Delta t$, $n=1, 2, 3 \dots$

Laná prenášajú len ľahové sily, preto ich materiálový model musí vykazovať nulovú tuhosť v tlaku. Pracovný diagram materiálu lineárne pružného v ľahovej oblasti je na **Obr. 1**. Uvedený materiálový model vnáša do výpočtu nelinearity. V sústavách s nosnými lanami sa ďalej vyskytujú geometrické nelinearity dané výraznými pretvoreniami lán a môžu sa vyskytovať aj nelinearity hraničné, predstavované väzbami závislými od pretvorenia sústavy. V dôsledku uvedených nelineariít je sústava diferenciálnych rovnic (1) nelineárna.

2 METÓDY RIEŠENIA

Numerické metódy riešenia rovnice (1) možno rozdeliť na dve skupiny – explicitné metódy a implicitné metódy. Spoločným znakom oboch metód je, že sa derivácie uzlových posunutí nahradzujú diferenciami.

where $\mathbf{d}(t)$, $\dot{\mathbf{d}}(t)$ and $\ddot{\mathbf{d}}(t)$ are time dependent vectors of generalized nodal displacements, velocities and accelerations respectively, \mathbf{M} is mass matrix, \mathbf{C} is damping matrix, $\mathbf{P}(\mathbf{d}, \dot{\mathbf{d}})$ is vector of internal nodal forces and $\mathbf{F}(\mathbf{d}, t)$ is vector of external nodal forces. Related initial conditions $\mathbf{d}(t=0)=\mathbf{d}_0$ and $\dot{\mathbf{d}}(t=0)=\dot{\mathbf{d}}_0$. Numerical solution of equation (1) requires to satisfy it for conclusive number of discrete time instances $t_{n+1} = t_n + \Delta t$, $n=1, 2, 3 \dots$

Ropes are able to carry tension forces only; hence their material model has to consider zero stiffness in compression. An idealized stress-strain diagram of rope material characterized by linear elastic behavior in tension and zero stress in compression is in **Fig. 1**. Such material models involve material nonlinearities into solution. Furthermore, the influence of significant deflections of ropes on system internal forces distribution can not usually be neglected, therefore the geometric nonlinear theory has to be used. Additionally, boundary nonlinearities represented by displacement dependent supports can be present as well. Consequence of the nonlinearities mentioned is that system of simultaneous differential equations (1) becomes nonlinear.

2 METHOD OF SOLUTIONS

Numerical methods of solution of equation (1) can be divided into two groups – explicit methods and implicit methods. Generic attribute for both methods consists in substitution of

Najviac používané implicitné metódy patria do tzv. Newmarkovej rodiny [3]. Ich spoločným znakom je zovšeobecnenie metódy lineárneho zrýchlenia, pri ktorej sa predpokladá lineárny priebeh zrýchlenia v každom časovom kroku. Rovnice pre uzlové posunutia a uzlové rýchlosť majú tvar

$$\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{d}_n + \dot{\mathbf{d}}_n \Delta t + \frac{1}{2} [(1 - 2\beta) \ddot{\mathbf{d}}_n + 2\beta \ddot{\mathbf{d}}_{n+1}] \Delta t^2 \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{d}}_{n+1} = \dot{\mathbf{d}}_n + [(1 - \gamma) \ddot{\mathbf{d}}_n + \gamma \ddot{\mathbf{d}}_{n+1}] \Delta t \quad (3)$$

kde β a γ sú parametre, ktoré riadia presnosť integrácie a numerickú stabilitu riešenia. Pre rôzne hodnoty β a γ sa dostáva celá séria integračných metód. Spravidla sa volí $\beta = 0,25$ a $\gamma = 0,5$, čím sa zaistí nepodmienečná stabilita metódy pri riešení lineárnych úloh. Ak je $\beta = 0$ a $\gamma = 0,5$, z Newmarkovej metódy sa stane podmienečne stabilná explicitná metóda centrálnych diferencií.

Po dosadení z rovníc (2) a (3) do rovnice (1)

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}}_{n+1} + \mathbf{P}_{n+1}(\mathbf{d}_{n+1}, \dot{\mathbf{d}}_{n+1}) = \mathbf{F}_{n+1}(\mathbf{d}_{n+1}, t_{n+1}) \quad (4)$$

a úprave sa získa sústava rovníc pre výpočet uzlových posunutí \mathbf{d}_{n+1} v čase t_{n+1} . Pri výpočte implicitou metódou je pre každý časový krok nutné riešiť sústavu nelineárnych algebraických rovníc, čo zvyšuje nároky na výpočtový čas a predstavuje nevýhodu metódy pri riešení rozsiahlych sústav.

Klasickým prípadom explicitných integračných metód je metóda centrálnych diferencií [2]. Pri nej sa uzlové rýchlosť a zrýchlenia approximujú centrálnymi diferenciami

derivatives of nodal displacements by differences.

The most common implicit methods belong to the so called Newmark family [3]. Their common base is generalization of the linear acceleration method that considers linear course of acceleration at every time step. Equations for nodal displacements and velocities have the form

where β and γ are parameters controlling the accuracy of integration and numerical stability of the solution. For different values of β and γ series of integration methods are obtained. Generally, $\beta = 0,25$ and $\gamma = 0,5$ are selected in order to provide unconditional stability of the method. For values of $\beta = 0$ and $\gamma = 0,5$, Newmark method becomes conditionally stable explicit method of central differences.

After substitution from equations (2) and (3) into equation (1)

and after rearrangement an equation for nodal displacements \mathbf{d}_{n+1} at time t_{n+1} is received.

Computations by implicit method require solution of set of nonlinear algebraic equations for every time step. This represents itself a disadvantage of the method as computational time demands increase for large systems.

Classical representative of explicit integration methods is method of central differences [2]. The method approximates nodal velocities and accelerations by central differences

$$\dot{\mathbf{d}}_n = \frac{\mathbf{d}_{n+1} - \mathbf{d}_{n-1}}{2 \Delta t} \quad \ddot{\mathbf{d}}_n = \frac{\mathbf{d}_{n+1} - 2\mathbf{d}_n + \mathbf{d}_{n-1}}{\Delta t^2} \quad (5)$$

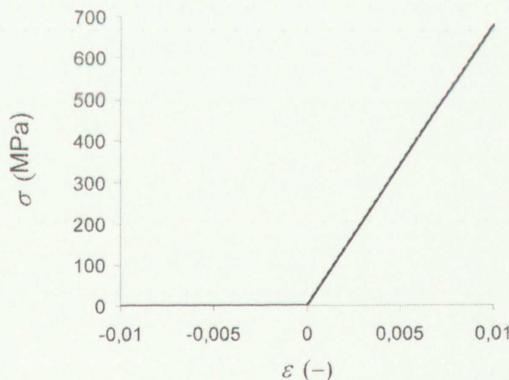
Po dosadení z rovníc (5) do rovnice (1) a úprave sa získa rovnica

After substituting from equation (5) into equation (1) and rearrangement, the equation

$$\mathbf{M} \frac{\mathbf{d}_{n+1} - 2\mathbf{d}_n + \mathbf{d}_{n-1}}{\Delta t^2} + \mathbf{P}_n = \mathbf{F}_n, \quad (6)$$

pre uzlové posunutia \mathbf{d}_{n+1} v čase $t + \Delta t$. V prípade diagonálnej matice hmotnosti sa sústava (6) stáva sústavou nezávislých rovníc, z ktorých sa posunutia určia priamo. Skutočnosť, že odpadá časovo náročné riešenie sústavy rovníc, je nespornou výhodou explicitných metód. Nevýhodou je ich podmienečná stabilita. Nestabilita riešenia nastane ak je časový prírastok väčší ako kritická hodnota. Konzervatívny odhad kritického časového kroku je spravidla daný časom prechodu pružnej vlny najmenším konečným prvkom.

for nodal displacements \mathbf{d}_{n+1} at time $t_n + \Delta t$ is obtained. In a case of diagonal mass matrix equations (6) become independent and displacements can be determined directly. The fact that time demanding solution of equations is avoided is the undisputed advantage of explicit methods. Their common disadvantage is their conditional stability of solution. Instability of solution occurs if time increment is greater than its critical value. A conservative estimation of the critical time increment is generally given by time of transition of elastic wave through the smallest finite element.



Obr. 1 Pracovný diagram oceľového lana
Fig. 1 Stress - strain diagram of a steel rope

Volba vhodnej metódy riešenia je z praktického hľadiska mimoriadne dôležitá. Napriek tomu, že problematike bolo venované množstvo prác (prehľad možno nájsť napr. v [1] a [2]), jednoduchý návod neexistuje, pretože vhodný postup závisí vždy od konkrétnej úlohy. Pri volbe metódy je tiež nutné uvážiť možnosti konkrétneho programu MKP.

V zásade možno konštatovať, že implicitná metóda je vhodná pre dlhšie trvajúce dynamické javy kde by riešenie explicitnou metódou bolo, vzhľadom na nevyhnutnosť

From the practical point of view, the selection of appropriate method is considerably important. In spite of the fact, that the problem is marked in large amount of works (overview can be found e.g. in [1] and [2]) no simple directory exists, because the adequate procedure depends on the particular task. The method selection has to consider the facilities of FE program all at once.

Essentially, it can be observed, that the implicit method should be employed for dynamic phenomenon being of long

použitia časových krokov menších ako kritická hodnota, problematicé. U lanových sústav, ktoré sa v prevažnej miere modelujú prútovými a nosníkovými konečnými prvkami, je počet rovníc malý a výhody implicitnej metódy prevažujú. Je potrebné poznamenať, že nepodmienečná stabilita riešenia implicitnou metódou je zaistená len u lineárnych sústav. U nelineárnych sústav môže voľba príliš veľkých časových prírastkov spôsobiť zlyhanie výpočtu, alebo zníženie presnosti.

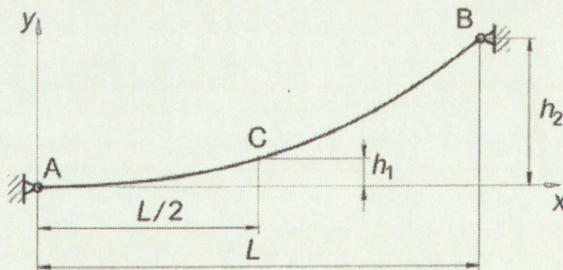
duration, where application of explicit method would be more doubtful because of the necessity of disposal of time steps values less than the critical value. For rope systems, which are mostly modeled by truss and beam finite elements, the number of equation is small, so that the advantages of implicit method predominate. It has to be noticed, that the unconditioned stability of implicit method is ensured only for linear systems. The selection of excessively large time increments can cause the failure of computation, or decrease of accuracy.

3 PRÍKLAD UPLATNENIA IMPLICITNEJ METÓDY

Predmetom dynamickej simulačnej analýzy bola lanová dráha určená pre športovo rekreačné účely. Na **Obr. 2** sú schematicky znázornené základné parametre dráhy pred začažením bremenom pohybujúcim sa účinkom vlastnej tiaže z miesta B do miesta A.

3 AN EXAMPLE OF IMPLICIT METHOD APPLICATION

The cableway designed for the sport and leisure activities was the subject of dynamic simulation analysis. The basic parameters of cableway are in the **Fig. 2**. Loading is induced by a weight moving from position B to position A due to its self-weight.



Obr. 2 Parametre lanovej dráhy
Fig. 2 Parameters of the cableway

Základné parametre sú: $L = 226,5$ m, $h_1 = 6,23$ m a $h_2 = 15,4$ m. Simulácia vlastností lanovej dráhy bola vykonaná ešte pred realizáciou prevádzkových skúšok v zmysle platných EN a pred uvedením dráhy do prevádzky.

Výpočtový model pozostával z dvojuzlových prútových prvkov použitých na modelovanie lana, z rovinných štvoruholníkových prvkov použitých na modelovanie transportného vozíka, z jednouzlových kontaktných

Basic parameters are: $L = 226,5$ m, $h_1 = 6,23$ m and $h_2 = 15,4$ m. Simulations of the cableway characteristics were accomplished before serviceability tests in accordance with EN standards and before putting the cableway in the operation.

Computational model consisted of 2-node truss elements used for model of the rope, quadrilateral plane stress elements used for modeling of the transport carriage, one node gap elements for modeling of contact between carriage pulleys and the rope and

prvkov pre definovanie kontaktu kladiek vozíka s lanom a jednouzlových prvkov pre modelovanie sústredených hmotností reprezentujúcich pohyblivé bremeno v bodoch dôtyku vozíka s lanom.

Pri výpočte sa uvažovalo Rayleighovo tlmenie v tvare

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{K} + \beta \mathbf{M} \quad (7)$$

kde \mathbf{K} je matica tuhosti. Hodnoty koeficientov sa uvažovali tak, aby bol výpočet konzervatívny, na strane väčzej bezpečnosti.

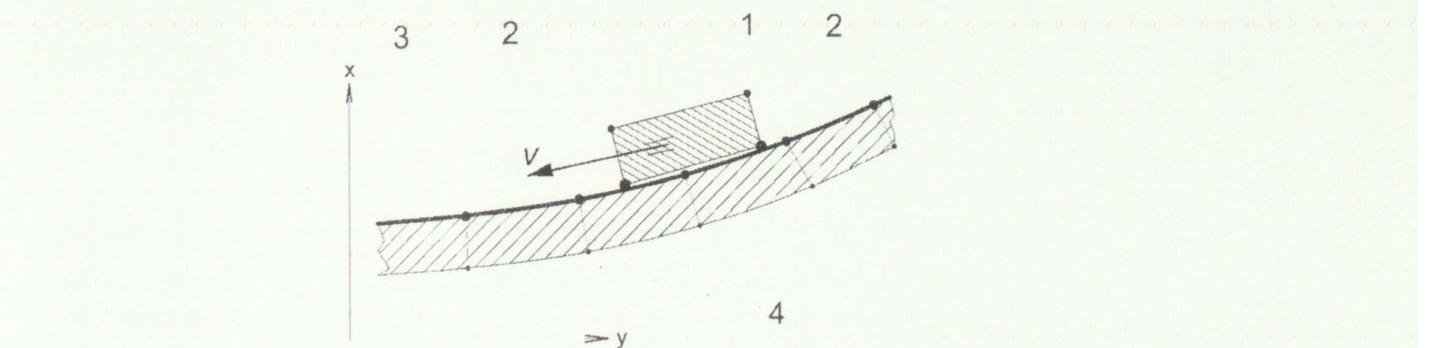
Detail výpočtového modelu je na **Obr. 3** kde sú znázornené jednotlivé typy konečných prvkov použitého programu COSMOSM [4]. Prvky PLANE2D pre riešenie rovinnej napäťosti boli použité jednak na modelovanie transportného vozíka 1, jednak na modelovanie kontaktného povrchu lana 4. Tuhost' prvkov použitých pre kontaktný povrch lana sa zvolila tak, aby jednak neovplyvnila výsledky, jednak nevnášala do výpočtov numerické nestability. Za najvhodnejšie sa ukázalo voliť modul pružnosti a hustotu materiálu týchto prvkov tak, aby vykazovali rovnakú rýchlosť šírenia napäťových vln ako prvky použité na modelovanie lana. Vlastné lano 3 bolo modelované prútovými prvkami TRUSS2D. Bremeno bolo uvažované rozložené do kladiek 2 a bolo modelované jednouzlovými prvkami MASS. Pri výpočtoch sa simuloval pohyb transportného vozíka po lane účinkom gravitácie.

one node concentrated mass elements representing movable weight at points of carriage and rope contact.

Rayleigh damping in the form

where \mathbf{K} is stiffness matrix was considered in computations. Values of coefficients were considered to make the computation conservative obtaining higher safety factor of structure.

The detail of computational model together with types of elements used in FE analysis by COSMOSM FEM program [4] is shown in the **Fig. 3**. Plane stress finite elements PLANE2D were used for model of the carriage 1 and for model of the rope contact surface 4 as well. Stiffness of elements used for rope contact surfaces had to be selected to minimize its influence on results but to avoid numerical instabilities of computations at the same time. The most appropriate way was to select modulus of elasticity and density of material for these elements to achieve the same stress wave speed as for other elements modeling the rope. The rope 3 was modeled by truss elements TRUSS2D. The load was decomposed into pulleys 2 and was modeled using one-node elements MASS. In computations, movement of transport carriage along the rope due to gravitation was simulated.



Obr. 3 Model lana a transportného vozíka
Fig. 3 Model of the rope and the transport carriage

Predpätie lana sa určilo na základe zmeraného previsu lana, **Obr. 2**, iteračnou metódou. Zo súradníc bodov A, B a C bola definovaná rovnica parabolickej reťazovky, ktorá sa použila pri modelovaní počiatočnej konfigurácie lana. Predpätie prútových prvkov bolo v iteračnom procese postupne upravované dovtedy, až kým odchýlky deformovaného tvaru lana od tvaru reťazovky boli zanedbateľné.

Dynamické analýzy uvedeného modelu umožňujú získať všetky dôležité informácie o budúcom správaní sa systému. Sú to predovšetkým informácie o maximálnom namáhaní lana, veľkosti kotviacich síl, maximálnom statickom a dynamickom priebybe lana.

Nasledujúce obrázky dokumentujú časový priebeh kotviacich síl v hornom závese pri jazde smerom dole a pri nulovej počiatočnej rýchlosťi. Na **Obr. 4** je znázornený priebeh kotviacich síl pre nové lano (modul pružnosti $E = 68\ 700$ MPa) a pre lano dlhodobejšie prevádzkované (modul pružnosti $E = 98\ 000$ MPa). Z priebehov bola identifikovaná maximálna kotevná sila v závese lana. Túto silu je možné porovnať s minimálnou nosnosťou lana a takto následne možno definovať skutočný, nie statický, koeficient bezpečnosti lana.

Vplyv tlmenia na priebeh sily v hornom závese lana ilustruje **Obr. 5**. Pri hodnotách $\alpha < 0,001$ sa výpočet stával nestabilným. Príliš veľké tlmenie zavádzalo do výpočtu tlmiace sily, ktoré brzdili pohyb bremena. Reálnej situácii danej časom prechodu bremena po lane sa najviac blížili výsledky s tlmením $\alpha = 0,01$.

4 ZÁVER

Pri vol'be metodiky a vytváraní výpočtového modelu sa vychádzalo predovšetkým zo skúseností získaných pri riešení iných, bezpečnostných lanových systémov [5], z vlastných poznatkov získaných pri meraní tuhostných

Prestressing of rope was determined on the base of measured slackness **Fig. 2** by iterations. Using coordinates of points A, B and C the equation of parabolic catenary was firstly defined and used as the initial configuration of rope in the model. Prestressing of truss elements was then modified in successive steps until the deviations of deformed shape of rope from the catenary curve became unimportant.

Dynamic analyses of the model presented allowed obtaining all important information about future behavior of the system. They were especially information about maximum loading of the rope, values of rope anchoring forces and maximal static and dynamic slackness.

Time course of the forces at upper rope suspension during carriage movement from zero initial velocity downward is documented by following figures. In **Fig. 4** is displayed time course for new rope (modulus elasticity $E = 68\ 700$ MPa) and for a rope longer-range operated (modulus elasticity $E = 98\ 000$ MPa). The maximum anchoring force could be indicated from the courses. The force can be compared with minimal load capacity of the rope and more realistic safety factor in comparison with that, obtained from the static analysis only, can be determined.

Influence of damping on course of the upper suspension force is illustrated by **Fig. 5**. Values of $\alpha < 0,001$ caused instabilities of computations while too high damping induced damping forces slowing down load movement in computations. The results computed for $\alpha = 0,01$ approached the actual condition given by transfer time of load.

4 CONCLUSIONS

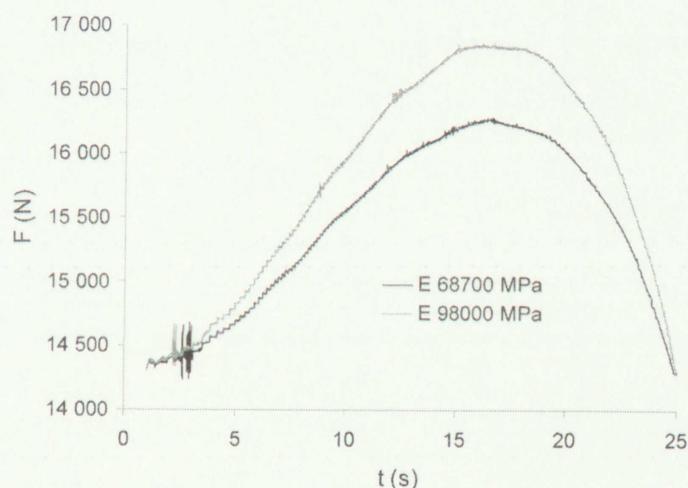
The selection of methodology and creation of computational model were based mainly on the experiences of authors received by solving another, safety rope systems [5], on the own knowledge obtained during measuring of stiffness charakteristik lán a

realizovaných funkčných skúšok týchto systémov, v rámci ktorých boli výsledky simulácií konfrontované s nameranými parametrami lanových systémov pri ich skúšobnom zaťažovaní. Zo skúseností vyplýva vhodnosť implicitných metód pre analýzy sústav s nosnými lanami. Analýzy je nutné vykonávať ako nelineárne s uvážením materiálových, geometrických a hraničných nelinearít.

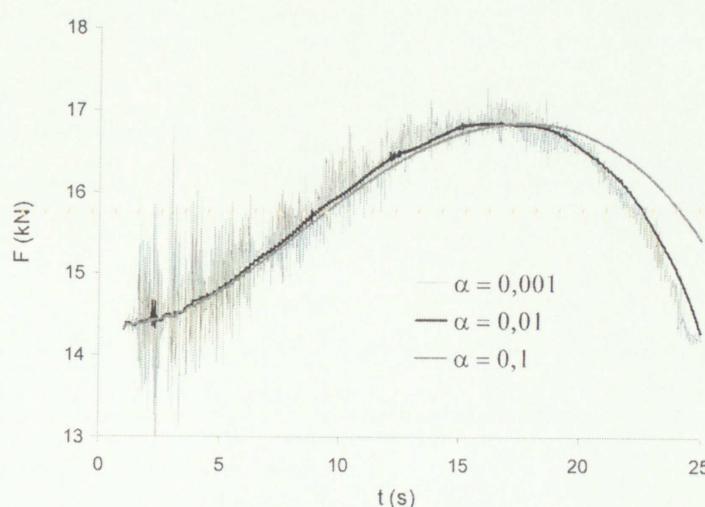
Je dôležité upozorniť, že presnosť a tým aj dôveryhodnosť analýz vo výraznej miere závisí od základných parametrov, najmä modulov pružnosti lán a vhodnom popise tlmenia.

characteristics of ropes and finally, on the realized behavior tests of ropes systems compared with numerical simulations. Following the experience, the implicit method for analyses of structural rope systems should be beneficially employed. The analyses should be undertaken as nonlinear taking into account material, geometric and boundary nonlinearities as well.

It is important to notice, that accuracy and credibility of results significantly depends on basic parameters in particular on modules of elasticity and on the appropriate structural damping definition.



Obr. 4 Časový priebeh síl v hornom závese
Fig. 4 Time courses of forces in upper suspension



Obr. 5 Časový priebeh síl v hornom závese v závislosti od tlmenia
Fig. 5 Time courses of forces in upper suspension in dependence of damping

Autori oceňujú podporu Vedeckej grantovej agentúry MŠ SR a SAV formou grantu č. 1/4160/07 a grantu č. 1/0146/08.

Support of the Scientific Grant Agency of Ministry of Education of Slovak Republic and Slovak Academy of Sciences by grants 1/4160/07 and 1/0146/08 is greatly appreciated by the authors.

Literatúra / References

- [1] Hinton, E.: Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. (1992) Glasgow, NAFEMS.
- [2] Hitchings, D.: A Finite Element Dynamics Primer. (1992) Glasgow, NAFEMS.
- [3] Newmark, N., M.: A Method of Computation for Structural Dynamics. (1959) ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 85, No. EM3
- [4] Electronic documentation of the COSMOSM 2.95. (2007). Los Angeles, S.R.A.C.
- [5] Ivančo, V., Kubín, K., Kostolný, K.: Analysis of behaviour of horizontal safety system. (2003) In: Jármaj, K., Farkas, J. (eds): METAL STRUCTURES, Design, Fabrication, Economy. Proceedings of the International Conference on Metal Structures – ICMS-03. Millpress, Rotterdam, pp. 369-372.
- [6] Molnár, Vieroslav et al. : Ocel'ové laná. (2006): FBERG TU, Košice. 200 s.

Recenzia/Review: Ing. Gabriel Fedorko, PhD.