



## SKÚMANIE VZÁJOMNEJ ZÁVISLOSTI MEDZI UHLOM VINUTIA A USPORIADANÍM DRÔTOV VO VRSTVE TROJBOKÉHO PRAMEŇA

### EXAMINATION OF INTERDEPENDENCY BETWEEN THE ANGLE OF WINDING AND WIRES CONFIGURATION IN THE LAYER OF TRIANGULAR STRAND

*Eva Stanová*<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Stavebná fakulta TU v Košiciach, Katedra aplikovanej matematiky, Vysokoškolská 4, 042 00 Košice, Slovensko, Tel.: +421 55 602 43 86, e-mail: [eva.stanova@tuke.sk](mailto:eva.stanova@tuke.sk)

**Abstrakt:** Príspevok sa zaobrá geometrickým usporiadaním drôtov vo vrstve trojbokého prameňa. Rieši otázku vplyvu uhla vinutia, veľkostí priemerov a medzier medzi drôtmi na ich rozmiestnenie vo vrstve prameňa.

**Kľúčové slová:** oceľové lano, trojboký prameň, geometria konštrukcie

**Abstract:** The contribution deals with a geometry configuration of the wires in trihedral strand. It solves the question of the effect of lay angle, wire diameters and gaps between the wires on their arrangement in the strand layer.

**Key words:** steel rope, trihedral strand, geometry of construction

## 1 ÚVOD

Oceľové laná sa využívajú v rôznych priemyselných odvetviach. Vzhľadom na ich široké využitie existuje široká škála konštrukcií oceľových lán. Najčastejšie sú používané laná kruhového prierezu vytvorené z jedného alebo viacerých prameňov, pričom tieto môžu byť rôzneho tvaru. Vhodnou voľbou a usporiadaním konštrukčných prvkov je možné ovplyvniť mechanické vlastnosti lana. Pri optimalizácii geometrickej konštrukcie

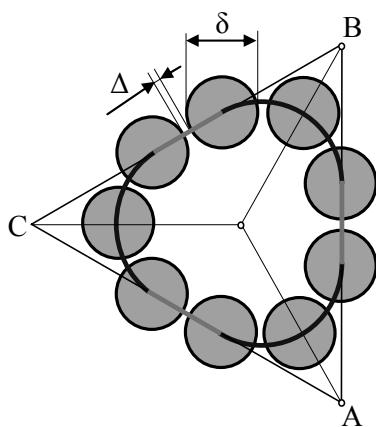
## 1 INTRODUCTION

The Steel ropes are used in a various industrial departments. With regard to their extensive utilizing the ropes exist in a large variety of constructions. The ropes with the round section created of one or more strands are most often used. The strands can have different shapes. Appropriate choice and arrangement of structural elements can affect the mechanical properties of the rope. The optimization of the geometric structure of the rope is

lana je výhodné použiť matematický model, ktorý umožňuje už na teoretickej úrovni eliminovať nevhodné parametre. V [2] je odvodené matematické vyjadrenie osi drôtu v jednom type trojbokého prameňa, ktoré umožňuje vytvoriť jeho geometrický model. Pri tvorbe modelov ďalších drôtov je potrebné brať do úvahy vzájomnú závislosť geometrických parametrov. Budeme sa zaoberať otázkou vzájomnej závislosti medzi uhlom vinutia, veľkosťou medzier medzi drôtmi a ich priemermi v prvej vrstve trojbokého prameňa.

## 2 GEOMETRIA JEDNÉHO DRÔTU

Usporiadanie a počet drôtov vo vrstve trojbokého prameňa závisia od počtu prameňov tvoriacich lano, od veľkosti priemeru drôtov ako aj od tvaru jadra. Jedna z možností konštrukcie prameňa je popísaná v [2]. Ide o lano vytvorené zo šiestich prameňov, kde v každom prameni prvú vrstvu tvorí drôtov. Schéma usporiadania drôtov vo vrstve pre je na obr.1. Body osí drôtov ležia na stranách rovnostranného trojuholníka ABC a body troch drôtov na ľažniciah tohto trojuholníka. Krivka osi každého drôtu pozostáva zo segmentov priamky a skrutkovice. Pre jednu výšku vinutia je to šesť segmentov (Obr. 2).



**Obr. 1** Schéma rezu 1. vrstvy drôtov  
**Fig. 1** Scheme of the section of the 1<sup>st</sup> layer wires

advantageous to use a mathematical model that allows for longer theoretical level to eliminate the inappropriate parameters In [2] is derived the mathematical expression of the axis of wire in a trihedral strand type, which allows to create the geometric model. In creating models of other wires it must be taken into account the mutual dependence of geometric parameters. We will address the issue of interdependence between the lay angle, the size of gaps between the wires and their diameters in the first layer of trihedral strand.

## 2 GEOMETRY OF A WIRE

The arrangement and number of wires in a layer of trihedral strand depend on the number of strands forming the rope, the wire diameters and the shape of the core. One of the possibilities of the strand structure is described in [2]. There is a rope made of six strands, where the first layer of each strand consists from wires. Scheme of arrangement of wires in the layer is shown in Fig.1. The points of wire axis lying on the side of an equilateral triangle ABC and points of three wires on medians of the triangle. The curve axis of each wire consists of line segments and helical segments. They are six segments for one pitch length (Fig. 2).



**Obr. 2** Drôt vinutý okolo osi prameňa  
**Fig. 2** The wire laid round the strand axis

Vychádzajúc z týchto predpokladov odvodenej je matematické vyjadrenie krivky osi drôtu vo vrstve prameňa. Krivka je vyjadrená parametrickými rovnicami tvaru:

$$x(\psi) = x_s(\psi)\cos \kappa - y_s(\psi)\sin \kappa \quad (1)$$

$$y(\psi) = x_s(\psi)\sin \kappa + y_s(\psi)\cos \kappa \quad (2)$$

$$z(\psi) = z_s(\psi) + kh_\Delta \quad (3)$$

pre  $\kappa = k \frac{2\pi}{3}$  a  $\psi \in \langle 0; 2\pi \rangle$ , kde

for  $\kappa = k \frac{2\pi}{3}$  and  $\psi \in \langle 0; 2\pi \rangle$ , where

$$h_\Delta = \left( n - 2 + \frac{2\pi}{3} \right) (\delta_1 + \Delta_1) \cot \alpha. \quad (4)$$

Pre segment priamky platí:

For the line segment is:

$$x_s(\psi) = \frac{(n - 2 + 2\sqrt{3})(\delta_1 + \Delta_1)}{2\sqrt{3}} \quad (5)$$

$$y_s(\psi) = \frac{(n - 2 + 2\sqrt{3})(\delta_1 + \Delta_1)}{2\sqrt{3}} \tan(\psi - \gamma) \quad (6)$$

$$z_s(\psi) = \frac{\delta_1 + \Delta_1}{2\sqrt{3}} [(n - 2)\sqrt{3} + (n - 2 + 2\sqrt{3}) \tan(\psi - \gamma)] \cot(\alpha) \quad (7)$$

kde

where

$$\gamma = \arctan \left[ \frac{(n - 2)\sqrt{3}}{n - 2 + 2\sqrt{3}} \right] \quad (8)$$

$$\text{a } \psi \in \langle 0; 2\gamma \rangle.$$

Pre skrutkový segment platí:

For the helical segment:

$$x_s(\psi) = \frac{\delta_1 + \Delta_1}{2\sqrt{3}} [n - 1 + 2\sqrt{3} \cos(\psi - 2\gamma)] \quad (9)$$

$$y_s(\psi) = \frac{\delta_1 + \Delta_1}{2} [n - 1 + 2 \sin(\psi - 2\gamma)] \quad (10)$$

$$z_s(\psi) = (\delta_1 + \Delta_1)(n - 1 + \psi - 2\gamma) \cot \alpha \quad (11)$$

$$\text{kde } \psi \in \left\langle 2\gamma; 2\gamma + \frac{2\pi}{3} \right\rangle$$

$$\text{where } \psi \in \left\langle 2\gamma; 2\gamma + \frac{2\pi}{3} \right\rangle$$

Na základe tohto vyjadrenia je možné pomocou vhodného softvéru zstrojiť geometrický model drôtu v prameňi. Prezentované geometrické modely drôtov sú vytvorené pomocou softvéru ProEngineer Wildfire v. 5.

Based on this expression it is possible to construct the geometric model of the wire in the first layer of strand by using advisable software. Presented geometric models of wires are created using software ProEngineer Wildfire v.5.

### 3 GEOMETRIA ĎALŠÍCH DRÔTOV

Pri tvorbe modelov ďalších drôtov vrstvy treba brať do úvahy vzájomný vplyv priemeru drôtov, medzier medzi nimi a uhla vinutia drôtov vo vrstve. Môžeme vychádzať z predpokladu, že osi všetkých drôtov sú zhodné krvky, pričom každý drôt vo vrstve je vzhľadom na predchádzajúci posunutý v smere osi prameňa o určitú veľkosť  $h_w$ . Táto veľkosť je závislá od výšky vinutia  $h$  drôtu (Obr. 3a). Aby boli drôty vo vrstve rovnomerne rozložené (Obr. 3b), pre posunutie  $h_w$  musí platiť:

$$h_w = \frac{h}{3n} \quad (12)$$

Z rovíc (3), (11) a (12) potom vyplýva, že:

$$h_w = \frac{\delta + \Delta}{n} \left( n - 2 + \frac{2\pi}{3} \right) \cot \alpha \quad (13)$$

Na základe uvedených poznatkov je zostrojený geometrický model 1. vrstvy drôtov (Obr. 4). Základné parametre prameňa sú uvedené v Tab. 1.

**Tab. 1** Parametre geometrickej konštrukcie vrstvy prameňa  
**Tab. 1** The parameters of geometric construction of the strand layer

Počet drôtov vo vrstve <i>m</i>	Priemer drôtov <i>δ [mm]</i>	Uhol vinutia <i>α [°]</i>	Medzera <i>Δ [mm]</i>
9	1,18	15	0,0416

Pri tvorbe modelu bola najprv uvažovaná minimálna možná medzera. Jej veľkosť vyplýva z predpokladu, že susedné drôty majú v častiach priamkových segmentov priamkový dotyk. Veľkosť medzery je v tom prípade určená vzťahom:

$$\Delta = \delta \left( \frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right). \quad (14)$$

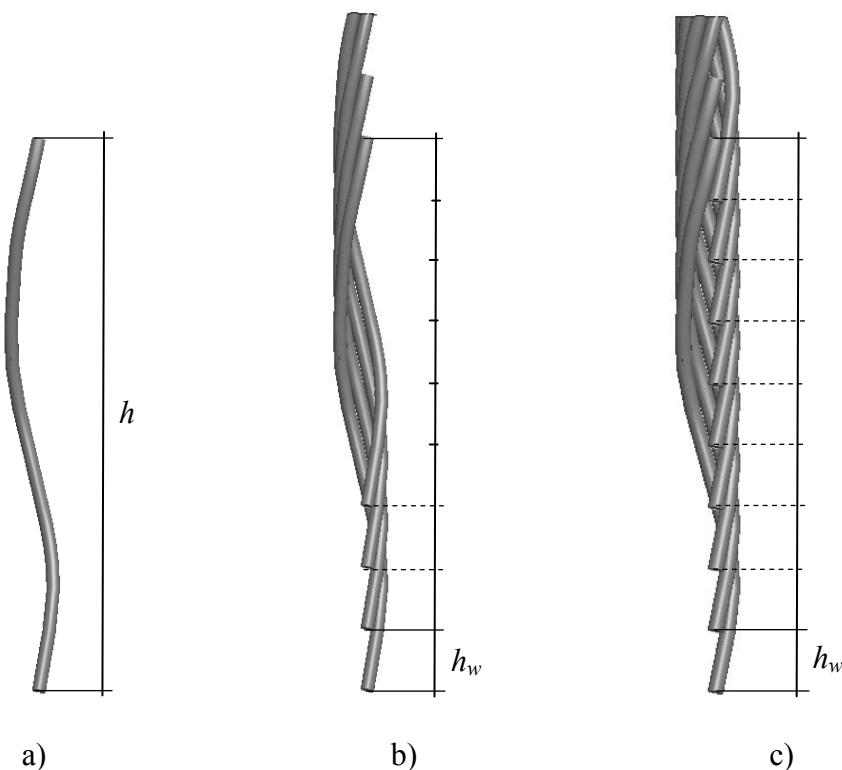
### 3 GEOMETRY OF THE OTHER WIRES

In creating models of other wires of layer it is taken the interaction between the wire diameters, the gaps between the wires and the lay angle of wires in the layer into account. We assume that the axis of all wires are identical curves and each wire in the layer is shifted in the strand axis direction from the size  $h_w$  of the previous one. This size is dependent on the pitch length  $h$  of wire (Fig. 3a). To equable distributing of the wires in the layer (Fig. 3b) the translation distance  $h_w$  must be:

From Equation (3), (11) and (12), it follows that:

On the basis of presentation knowledge is constructed geometric model of the first layer wires (Fig. 4). Basic strand parameters are listed in Table 1.

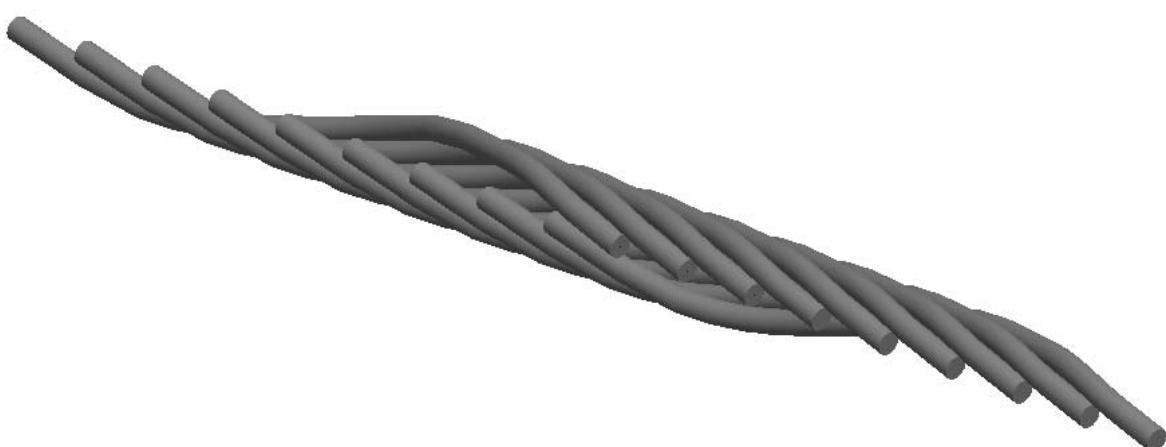
In creating the model was first under consideration the minimum possible gape. Its size follows from the assumption that the neighboring wires have the linear touch in parts of the linear segments. The size of the gap in this case is determined by the relationship:

**Obr. 3** Geometrické modely drôtov:

- a) výška vinutia  $h$  drôtov,
- b) určenie veľkosti posunutia  $h_w$  jedného drôtu,
- c) posunutie jednotlivých drôtov vo vrstve

**Fig. 3** Geometric models of the wires:

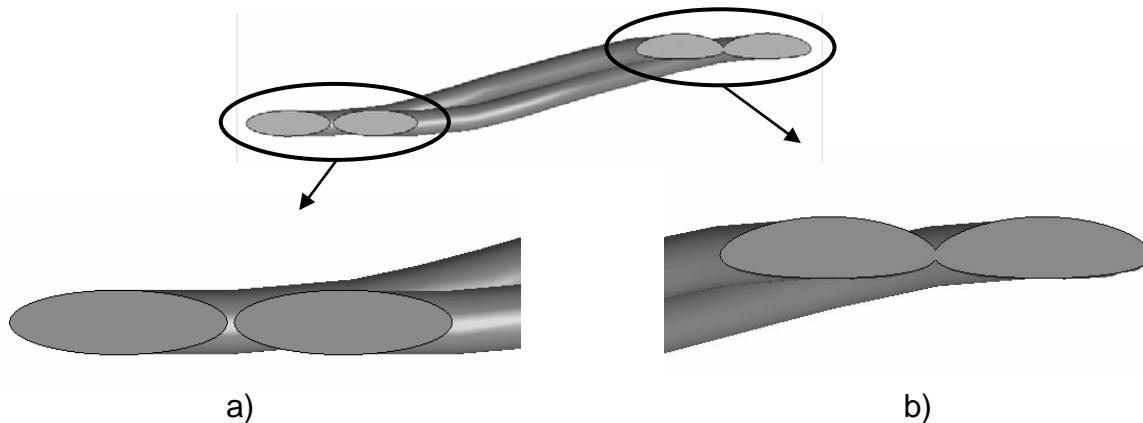
- a) pitch length  $h$  of the wires,
- b) determination of the translation distance  $h_w$  of one wire,
- c) translation of particular wires in the layer



**Obr. 4** Drôty 1. vrstvy  
**Fig. 4** The wires of the 1<sup>st</sup> layer

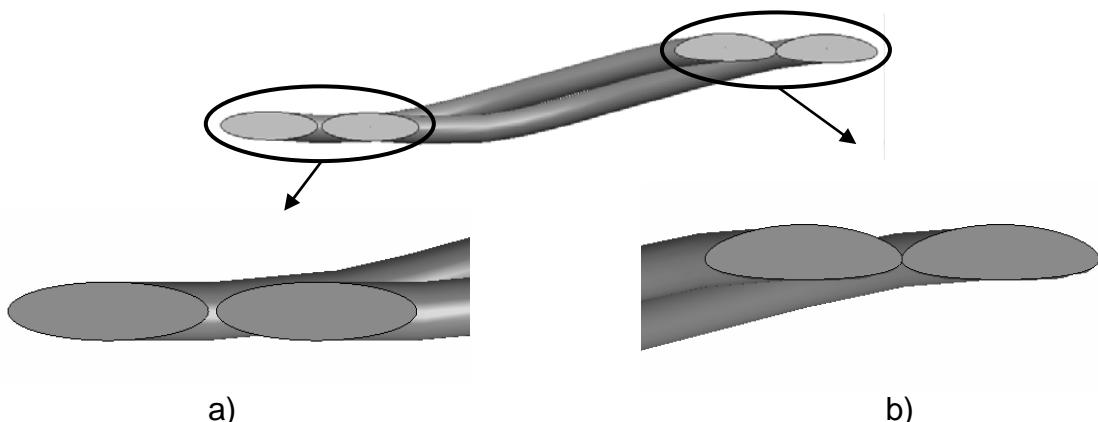
Po vytvorení modelov dvoch susedných drôtov a zostrojení rezu rovinou prechádzajúcou osou prameňa (Obr. 5) je zrejmé, že veľkosť medzery  $\Delta$  pre skrutkovú časť nevyhovuje. Rezové krvinky v časti priamkových segmentov nemajú spoločné body (Obr. 5a), v časti skrutkových segmentov sa rezové krvinky pretínajú (Obr. 5b). To znamená, že drôty by sa v tejto časti pretínali, čo technicky nie je možné.

After creating models of two adjacent wires and constructing the section by the cut plane incident with the strand axis (Fig. 5) it is visible that the size of the gap is not suitable for the screw part. The curve sections of the linear segments have no common points (Fig. 5a), the curve section of the helical segments intersect (Fig. 5b). This means that the wires would intersect in this section, which is technically not possible.



**Obr. 5** Rez modelov drôtov ( $\Delta = 0,0416 \text{ mm}$ ): a) časť priamkových segmentov  
b) časť skrutkových segmentov

**Fig. 5** Section of the wire models ( $\Delta = 0,0416 \text{ mm}$ ): a) part of the line segments  
b) part of the helical segments

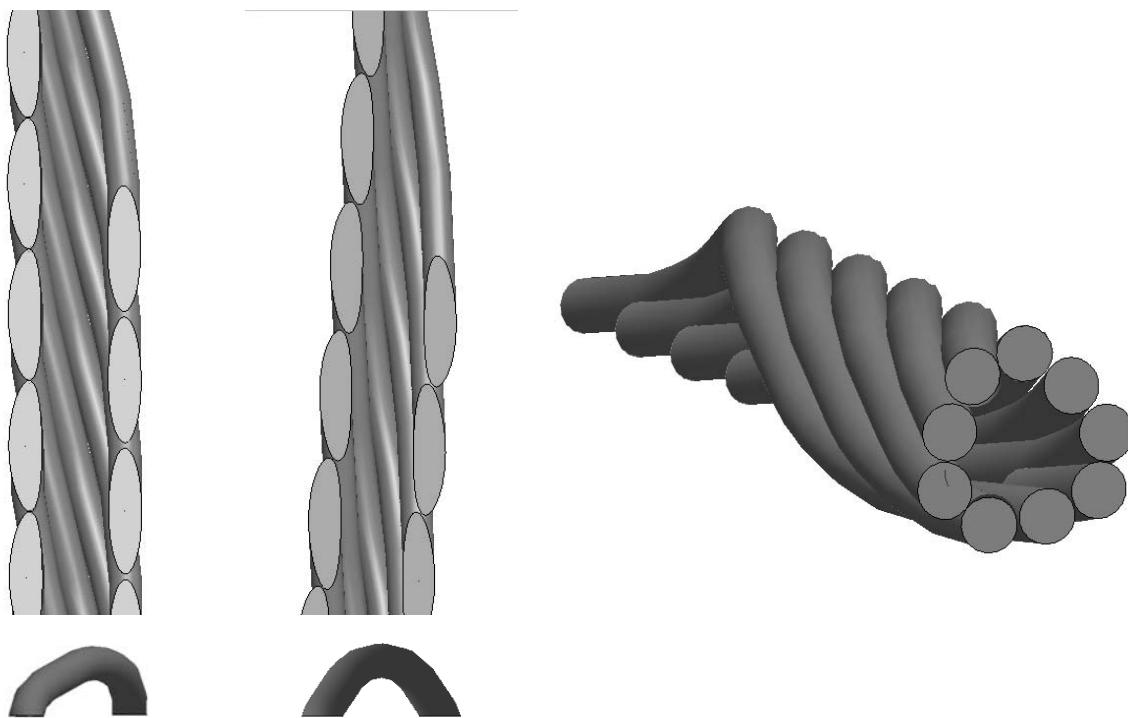


**Obr. 6** Rez modelov drôtov ( $\Delta = 0,050 \text{ mm}$ ): a) časť priamkových segmentov  
b) časť skrutkových segmentov

**Fig. 6** Section of the wire models ( $\Delta = 0,050 \text{ mm}$ ):  
a) part of the line segments  
b) part of the helical segments

Na Obr. 7 je geometrický model všetkých drôtov vrstvy a rezy modelu, z ktorých je zrejmá vzájomná poloha drôtov vo vrstve.

The geometric model of all wires of the layer and sections of the model are in Fig. 7, which show the relative position of wires in the layer.



*Obr. 7 Rezy modelov drôtov 1. vrstvy v trojbokom prameňi  
Fig. 7 Sections of the models of the 1<sup>st</sup> layer wires in trihedral strand*

#### 4 ZÁVER

Z rovnic (1) - (13) je zrejmé, že rozmiestnenie drôtov vo vrstve prameňa je závislé od ich priemerov, medzier medzi nimi ako aj od uhla vinutia. Zmenou ktoréhokoľvek z týchto parametrov sa zmení celková konfigurácia konštrukčných prvkov. Ako príklad je uvedená zmena veľkosti medzery medzi drôtmami, ktorá optimalizuje vzájomnú polohu drôtov v skrutkovej časti krivky.

#### 4 CONCLUSION

From equations (1) - (13) it is visible that the arrangement of the wires in the strand layer depends on their diameters, the gaps between them and the lay angle of the wires. Changing any of these parameters will change the total configuration of structural members. An example of this is the change of the gaps between the wires, which optimizes the relative position of wires in a screw part.

**Literatúra / References**

- [2] Boroška, J., - Hulín, J., - Lesňák, O.: Oceľové laná. Bratislava: Alfa, 1982, p. 480, ISBN 63-178-82. Robinson S.: Successful Simulation. A Practical Approach to Simulation Projects. (1994) London, McGraw-Hill, 246 p. ISBN 0-07-707622-2.
- [3] Stanová, E.: Mathematical interpretation of the wire axis in the layer of trihedral rope strand. In: TRANSPORT & LOGISTICS, No.16 (2010), Košice, p. 40 – 46, ISSN 1451-107X.
- [4] Fabian, M.- Spišák, E. : Navrhování a výroba s pomocí CA.. technologií. 1. vyd. Brno: CCB, 2009. 398 p. ISBN 978-80-85825-65-7.
- [5] Bílik, J. - Tittel, V. - Dobišová, M. - Šuba, R. : Formability of CP-W 800 steel sheets. In: Vedecké práce MtF STU v Bratislave so sídlom v Trnave. Research papers Faculty of Materials Science and Technology Slovak University of Technology in Trnava. - ISSN 1336-1589. - Č. 27 (2009)
- [6] Tittel, V. : Oceľové drôty a laná na predpätú výstuž. Steel wires and strands for prestressed concrete. In: Materials Science and Technology [online]. - ISSN 1335-9053. - Roč. 4, č. 4 [cit. 2004-12-09] (2004)
- [7] Boroška, J., -Molnár, V., - Fedorko, G. : Vplyv priemeru drôtu oceľového lana na jeho skutočné napätie == The steel rope wire diameter effect on its real stress In: Doprava a logistika : Transport & Logistics. - ISSN 1451-107X. - Č. 8 (2005), s. 5-15.

**Acknowledgements:** This work is the partial result of the project VEGA 1/0400/09 Integrovaná analýza inteligentných lanových a tensegrity sústav s regulovateľným pôsobením.

**Recenzia/Review:** prof. Ing. Ján Boroška, CSc.